

Electrònica digital

Les condicions del problema

Partim sempre d'un problema de control: volem que passi alguna cosa (o coses) quan es donen certes condicions. Cada condició serà una variable *i*, en electrònica digital, cadascuna d'aquestes variables només pot tenir 2 valors: ó "0" o "1".

Per exemple, si jo dic «aniré al cinema si no plou», la condició (o variable) serà «Plou», i només podrà tenir 2 valors: Plou = "0" (no plou) i Plou = "1" (sí plou). Escrit de forma abreviada: P = 0, i P = 1.

La funció, o "la cosa que passa" si no plou, serà «anar al cinema», i només podrà tenir 2 valors: Cinema = "1" (hi vaig), i Cinema = "0" (no hi vaig). Escrit de forma abreviada: C = 0, i C = 1.

La taula de veritat

1. La funció i la variable anteriors, se poden escriure en forma de «taula de veritat»:

P(lou)	C(inema)
0	1
1	0

“Llegir” aquesta taula és molt senzill:

si no plou, vaig al cinema (2a filera)

si plou, no vaig al cinema (3a filera)

2. Si n'hi hagués 2 condicions (per exemple: (només) si tinc sous **i** vaig gat, agafo un taxi), hauríem de reflectir ambdues variables en la taula. Quedaria així:

S(ous)	G(at)	T _i (axi)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

On veiem que només agafem un taxi en el cas de que es donessin les dos condicions: «tenir sous» **i** «estar gats». Aquesta “i” és molt important...

...perquè si haguéssim dit «si tinc sous **o** vaig gat, agafo un taxi», la taula seria:

S	G	T _o
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

I podem veure que agafem un taxi sempre que se doni alguna de les 2 condicions.

3. A l'hora de construir una taula de veritat, és molt important col·locar sempre els "0" i els "1" d'una manera ordenada des del principi:

En els següents models de taules amb 1, 2, 3 ó 4 variables, “V1”, “V2”, etc. seran les variables, i “F”, la funció:

V1	F
0	
1	

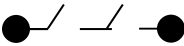
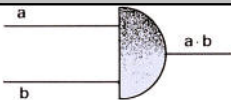
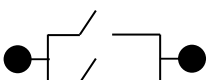
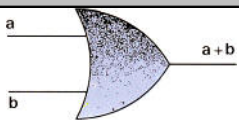
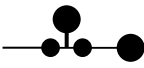
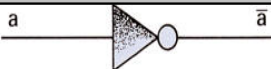
V2	V1	F
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

V3	V2	V1	F
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

V4	V3	V2	V1	F
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Els operadors lògics (les operacions)

Després de fer la taula de veritat, haurem de escriure la funció en forma de fórmula. Per a fer-ho, necessitem conèixer les operacions bàsiques que se poden fer amb “0” i “1”, i que són:

Nom	operació	notació	interruptors	símbol
AND	.	$A \cdot B$		
Nom	operació	notació	interruptors	símbol
OR	+	$A + B$		
Nom	operació	notació	interruptors	símbol
NOT	invertir	\bar{A} (ó A')	 (NT)	

Sabent, a més a més, que els resultats de qualsevol operació només poden ser o “0” o “1”, les taules de veritat de les 3 funcions: AND, OR i NOT quedarien així:

A	B	AND
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	OR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	NOT
0	1
1	0

La funció

Després de fer la taula de veritat amb totes les variables i posant “1” en la columna de la funció (F) quan se compleixen les condicions, hem d’escriure la funció com una expressió matemàtica: ho farem com a **sumes de productes**.

Les regles són:

1. Ens hem de fixar en els “1” de la funció: n’hi haurà tants SUMANDS com “1” en F, i tants MULTIPLICANTS com variables en total.
2. Les variables que estan a “0”, les escriurem com a negades (V’) i les que estan a “1”, sense negar (V).

En l’exemple anterior («agafo un taxi si estic gat i tinc sous»), només n’hi ha un cas en el que agafo el taxi: S(ous) = 1 i G(at) = 1. Ho escriuré així:

$$T_i = S \cdot G$$

(NO n’hi ha signe de suma, perquè només n’hi ha un cas: comproveu-lo mirant la taula de veritat corresponent)

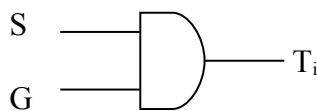
En l’altre exemple («agafo un taxi si estic gat o si tinc sous»), la funció seria (comproveu-lo mirant la taula de veritat):

$$T_o = S' \cdot G + S \cdot G' + S \cdot G$$

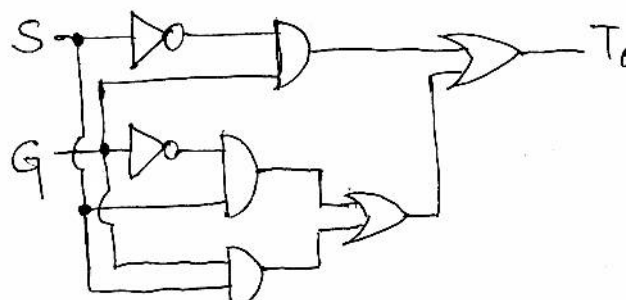
(ara ja tenim tres sumands, perquè la funció és “1” en tres ocasions: quan no tinc sous i estic gat, quan tinc sous i no estic gat, i quan tinc sous i estic gat).

Diagrama, esquema o circuit lògic

Una vegada tenim la funció, podem representar-la mitjançant els símbols dels operadors lògics. Seguint els nostres exemples, T_i quedaria així:



I T_o , així:



Simplificació:

taules de

Karnaugh

Una vegada tenim una funció expressada com a suma de productes (al nostre exemple $T_0 = S' \cdot G + S \cdot G' + S \cdot G$), podem intentar simplificar-la.

Partirem d'una taula que sempre és igual:

Per a 2 variables:

$v_1 \backslash v_2$	0	1
0		
1		

Per a 3 variables:

$v_1 \backslash v_2 v_3$	00	01	11	10
0				
1				

I per a 4 variables:

$v_1 v_2 \backslash v_3 v_4$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Què fem amb la taula de Karnaugh?

En la taula que pertorqui (al nostre exemple de T_0 seria la primera taula, la de 2 variables), col·loquem els "1" de la funció. On els col·loquem? En la intersecció de la fila i la columna les variables de les quals tenen el valor "0" o "1" que fa la funció "1". Suposeu que us heu quedat igual. Millor veure amb l'exemple de T_0 . La taula és la de 2 variables (S i G):

$G \backslash S$	0	1
0		
1		

La funció és "1" quan tenim $S' \cdot G$ ($S=0$ i $G=1$), és a dir:

$G \backslash S$	0	1
0		
1	1	

També és "1" quan tenim $S \cdot G'$ ($S=1$ i $G=0$). Afegint a l'anterior:

$G \backslash S$	0	1
0		1
1	1	

Finalment, la funció també és "1" quan $S=1$ i $G=1$ ($S \cdot G$). Afegint aquest darrer sumand a la taula, tenim:

$G \backslash S$	0	1
0		1
1	1	1

I ara hem de reescriure la funció, però simplificada. Les regles són:

1. hem d'agrupar els "1" en els grups més grans possibles, però potència de 2 (és a dir: ó 4 uns, ó 2 uns, ó 1 u tot sol),
2. només poden formar-se grups en vertical o en horitzontal (mai en diagonal!), i

3. podem utilitzar el mateix “1” totes les vegades que ens faci falta.

En el nostre exemple, faré 2 grups de 2 uns: un horitzontal i un vertical (l'''1” del racó dret baix l’agafo 2 vegades, gràcies a la regla número 3)

Exercici

Que hi vagis o no a la platja, depèn d'alguns factors. Concretament, si no està nuvolat i t'acompanya una amiga, vas a la platja tant si et deixa ta mare com si no. També hi vas si no està nuvolat i et deixa ta mare, encara que no vengui la teva amiga. Tant si està nuvolat com si no, si la teva amiga no t'acompanya i ta mare no et deixa, no hi vas. Si està nuvolat i la teva amiga t'acompanya, però ta mare no et deixa, no hi vas. Però si està nuvolat, i la teva amiga t'acompanya, i ta mare et deixa, sí hi vas.

1. Quantes variables n'hi ha? R: 3 Quines son? R: N(ublat), A(miga) i M(are).
2. Quantes combinacions son possibles? Base = 2, variables = 3, aleshores $2^3 = 8$.
3. Quina és la funció? R: P(latja) = anar o no a la platja.
4. Completa la taula de veritat:

Condicció (enunciat)	N(ublat)?	A(miga)?	M(are)?	P(latja)?
5a	0	0	0	0
6a	0	0	1	1
2a	0	1	0	1
1a	0	1	1	1
7a	1	0	0	0
	1	0	1	X
3a	1	1	0	0
4a	1	1	1	1

5. Escriu la funció com a sumes de productes:

$$P = N' \cdot A' \cdot M + N' \cdot A \cdot M' + N' \cdot A \cdot M + N \cdot A \cdot M$$

6. Dibuixa la interconnexió de portes lògiques per a obtenir la funció:

7. Simplifica la funció per Karnaugh:

M \ NA	00	01	11	10
0		1		
1	1	1	1	

$$P = N' \cdot A + N' \cdot M + A \cdot M$$

8. Dibuixa la interconnexió de portes lògiques per a obtenir la funció simplificada:

9. Coneixent ara l'interior dels circuits integrats o xips de portes lògiques, dibuixa com connectaries les 3 *cucaratxes* per a que s'encengui el led verd quan pots anar a la platja.